ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ

ΦΩΤΟΝΙΚΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

Συνδυαστικές Ασκήσεις
Διασπορά-μη γραμμικά φαινόμενα

Ηρακλής Αβραμόπουλος

Photonics Communications Research Laboratory

Photonics Communications Research Laboratory
PCRL

Άσκηση 1:

Πρέπει να χαρακτηρίσω τη διασπορά (δηλαδή παράμετρο β2 (σε ps^2/km), ή D (σε ps/nm km), που εμφανίζει μια μονορυθμική ίνα μήκους L. Διαθέτω πηγή laser που παράγει στενούς οπτικούς παλμούς (1 ps), με μήκος κύματος που μπορώ να μεταβάλλω γύρω από τα 1550 nm. Διαθέτω επίσης παλμογράφο και φωτοδίοδο υψηλής ταχύτητας που μπορώ να συγχρονίσω με τη πηγή laser. Τι μετρήσεις πρέπει να κάνω και πως μπορώ να εξάγω τις τιμές των β2 (D) από τις μετρήσεις μου ? Υποθέστε ότι η ίνα δεν έχει μηδενική διασπορά στο σημείο των μετρήσεων σας. Για διευκόλυνση σας, σχεδιάστε σχετικά γραφήματα από όπου μπορούν να εξαχθούν οι τιμές.

Λύση 1:

$$\Delta T = L\beta_2 \Delta\omega$$

- Η σχέση αυτή μας δίνει τη σχετική καθυστέρηση άφιξης μεταξύ της πιο γρήγορης και της πιο αργής συνιστώσας ενός παλμού συνολικού φάσματος Δω, μετά τη διέλευσή του από ίνα που παρουσιάζει διασπορά μήκους L.

- Εναλλακτικά, αν υπολογίσω το ΔΤ ως προς Δλ αντί για Δω, τότε προκύπτει :

$$\Delta T = L \cdot D \cdot \Delta\lambda$$

Λύση 1:

$$\Delta T = L \cdot D \cdot \Delta\lambda$$

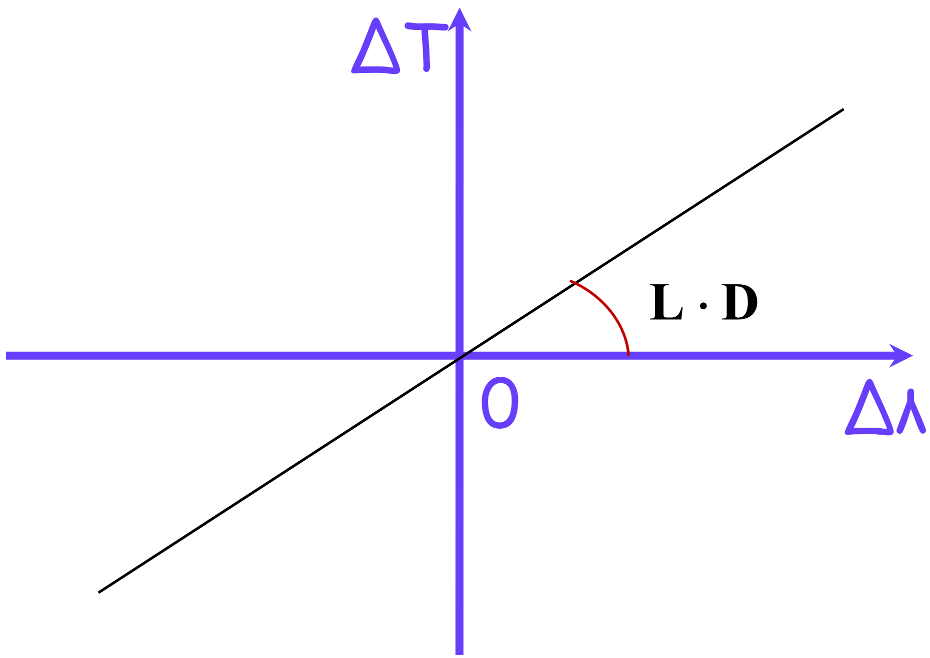
Αυτό σημαίνει ότι αν εγώ μεταβάλλω το μήκος κύματος των παλμών που παράγει το laser και μετρήσω μέσω του παλμογράφου τη σχετική καθυστέρηση ΔΤ της κορυφής ενός συγκεκριμένου παλμού για δύο διαφορετικά μήκη κύματος λ_1 και λ_2 (όπου $\Delta\lambda=\lambda_2-\lambda_1$), θα μπορέσω να υπολογίσω το συντελεστή διασποράς D (και την παράμετρο β_2) για τη συγκεκριμένη ίνα που μελετώ μέσω του τύπου:

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2$$

PCRL

Λύση 1:

Αν παραστήσουμε γραφικά το ΔΤ συναρτήσει του Δλ, από την κλίση της καμπύλης θα μπορέσουμε να βρούμε τον συντελεστή διασποράς D. Αυτό βέβαια θα ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι η ίνα παρουσιάζει 2ης τάξης διασπορά, δηλαδή η ίνα δεν έχει μηδενική διασπορά στο σημείο των μετρήσεών μας.



Άσκηση 1 (συνέχεια)

Πως θα αλλάξουν τα γραφήματα στη περίπτωση που η ίνα έχει μηδενική διασπορά στο σημείο των μετρήσεων σας.

Λύση 1 (συνέχεια)

Στην περίπτωση που η ίνα έχει μηδενική διασπορά (δηλ. $D=\beta_2=0$) γύρω από τα 1550 nm, από τη σχέση (1.73) του βιβλίου και παραγωγίζοντας ως προς ω προκύπτουν τα παρακάτω:

$$\beta(\omega)=\beta_0+\beta_1(\omega-\omega_0)+\frac{1}{2}\beta_2(\omega-\omega_0)^2+\ldots\xrightarrow{\beta_m=\left[\frac{d^m\beta}{d\omega^m}\right]_{\omega=\omega_0}}$$

$$\beta(\omega)\approx\beta_0+\left.\frac{d\beta}{d\omega}\right|_{\omega_0}(\omega-\omega_0)+\frac{1}{2}\left.\frac{d^2\beta}{d\omega^2}\right|_{\omega_0}(\omega-\omega_0)^2+\frac{1}{6}\left.\frac{d^3\beta}{d\omega^3}\right|_{\omega_0}(\omega-\omega_0)^3\Rightarrow$$

$$\left.\frac{d\beta}{d\omega}\right|_{\omega}\approx\left.\frac{d\beta}{d\omega}\right|_{\omega_0}+\left.\frac{d^2\beta}{d\omega^2}\right|_{\omega_0}(\omega-\omega_0)+\frac{1}{2}\left.\frac{d^3\beta}{d\omega^3}\right|_{\omega_0}(\omega-\omega_0)^2\Rightarrow$$

$$\left.\frac{d\beta}{d\omega}\right|_{\omega}\approx\left.\frac{d\beta}{d\omega}\right|_{\omega_0}+\left.\frac{d^2\beta}{d\omega^2}\right|_{\omega_0}\Delta\omega+\frac{1}{2}\left.\frac{d^3\beta}{d\omega^3}\right|_{\omega_0}(\Delta\omega)^2$$

Λύση 1 (συνέχεια)

Και σύμφωνα με την ανάλυση του βιβλίου στη σελίδα 22 προκύπτει ότι :

$$\left.\frac{z}{v_p}\right|_{\omega} - \left.\frac{z}{v_p}\right|_{\omega_0} = z\left.\frac{d^2\beta}{d\omega^2}\right|_{\omega_0}\Delta\omega + \frac{1}{2}z\left.\frac{d^3\beta}{d\omega^3}\right|_{\omega_0}(\Delta\omega)^2 = z\beta_2\Delta\omega + \frac{1}{2}z\beta_3(\Delta\omega)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta T = z\beta_2\Delta\omega + \frac{1}{2}z\beta_3(\Delta\omega)^2 \xrightarrow{\beta_2=0} \Delta T = \frac{1}{2}z\beta_3(\Delta\omega)^2$$

PCRL

Λύση 1 (συνέχεια)

Δηλαδή :

$$\boxed{\Delta T = \frac{1}{2} L\beta_3 (\Delta\omega)^2}$$

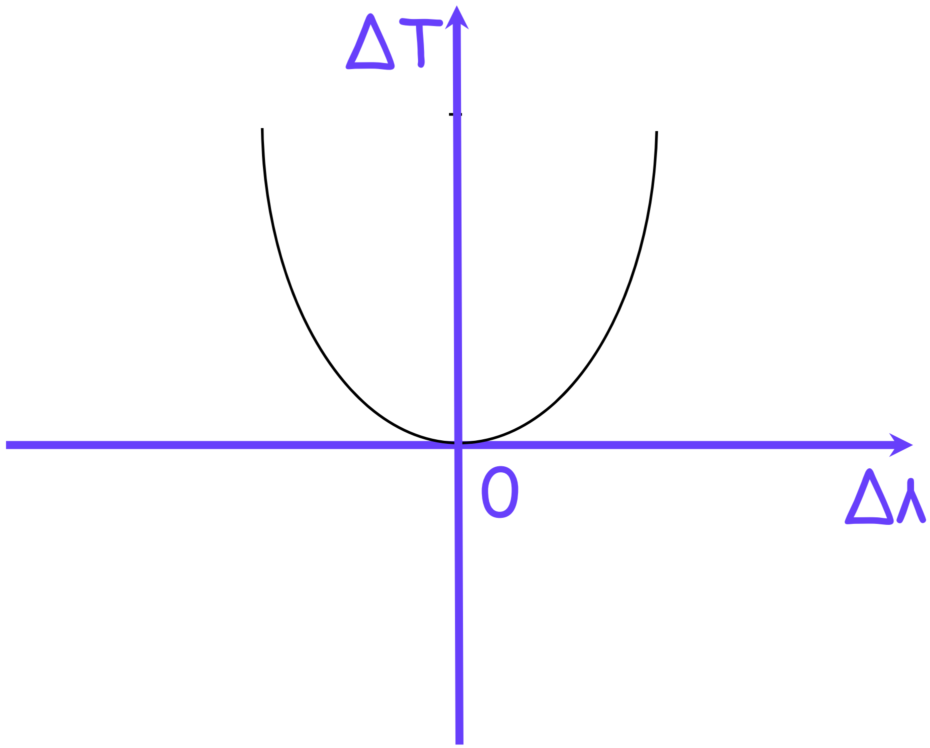
- Η σχέση αυτή μας δίνει τη σχετική καθυστέρηση άφιξης μεταξύ της πιο γρήγορης και της πιο αργής συνιστώσας ενός παλμού συνολικού φάσματος Δω, μετά τη διέλευσή του από ίνα μήκους z που παρουσιάζει ***μόνο*** 3ης τάξης διασπορά.

- Εναλλακτικά, αν υπολογίσω το ΔΤ ως προς Δλ αντί για Δω, τότε προκύπτει :

$$\boxed{\Delta T = L\beta_3 \frac{2\pi^2 c^2}{\lambda^4} (\Delta\lambda)^2}$$

Λύση 1 (συνέχεια)

Δηλαδή υπάρχει παραβολική εξάρτηση της διαφοράς δύο μηκών κύματος Δλ και της σχετικής καθυστέρηση μεταξύ των δύο αυτών μηκών κύματος ΔΤ. Έτσι :



Από την κυρτότητα της καμπύλης μπορούμε τώρα να βρούμε την παράμετρο β3.

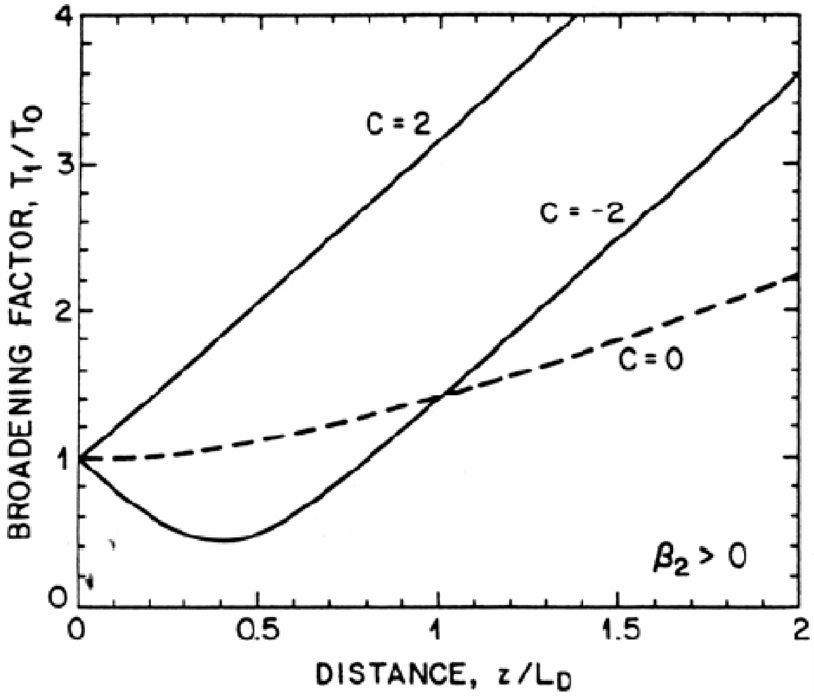
Άσκηση 2:

Εξηγείστε με λεπτομέρεια το διάγραμμα του σχήματος 1.19 στη σελίδα 56 των σημειώσεων. Εξηγείστε τη μορφή της κάθε καμπύλης, από τι εξαρτάται η κλίση των καμπύλων για μεγάλα z και για ποιο λόγο οι κλίσεις αυτές, είναι οι ίδιες στις περιπτώσεις που $C=2$ και $C=-2$.

Λύση 2:

φασματικό εύρος ημίσειας ισχύος παλμού :

$$\Delta\omega = \frac{\left(1+C^2\right)^{1/2}}{T_0}$$



Παρατηρήσεις:

- Παλμός με (C=0) έχει μικρότερο φασματικό εύρος από παλμό με αρχικό chirp, αν και εφόσον βέβαια οι δύο αυτοί παλμοί έχουν το ίδιο χρονικό εύρος.
- Δύο παλμοί με chirp ίσα κατά απόλυτο τιμή αλλά αντίθετα σε πρόσημο ($C_1=-C_2$) έχουν το ίδιο φασματικό εύρος.

Λύση 2:

Η παλμική διεύρυνση Δτ που θα υποστεί ένας παλμός λόγω διασποράς σε απόσταση z μέσα στην ίνα (συνήθως για z μεγάλο) δίδεται από τον τύπο:

$$\Delta\tau = z\, \beta_2\, \Delta\omega$$

Παρατηρήσεις:

- Για συγκεκριμένο μήκος ίνας ένας στενότερος φασματικά παλμός θα διαπλατυνθεί λιγότερο από κάποιον με μεγαλύτερο φασματικό εύρος.
- Ο ρυθμός της διεύρυνσης λόγω διασποράς θα είναι μικρότερος για έναν παλμό με μικρότερο φασματικό εύρος.

Λύση 2:

Λαμβάνοντας υπόψη τις παραπάνω παρατηρήσεις και αναφερόμενοι στο σχήμα 1.19, **συμπεραίνουμε** τα εξής :

- ο παλμός με *C*=0 είναι στενότερος φασματικά από τους άλλους δύο παλμούς με *C*=2 και *C*=-2 και συνεπώς έχει μικρότερο ρυθμό διεύρυνσης λόγω διασποράς από αυτούς, δηλαδή θα διαπλατυνθεί λιγότερο για συγκεκριμένο μήκος ίνας. Γι'αυτό η κλίση της καμπύλης του < από κλίση της καμπύλης των άλλων δύο παλμών.

- οι παλμοί με *C*=2 και *C*=-2 έχουν το ίδιο φασματικό εύρος και επομένως διευρύνονται το ίδιο μετά από μια δεδομένη απόσταση z. Γι'αυτό η κλίση των καμπύλων τους για μεγάλα z είναι οι ίδιες.

Άσκηση 3:

(α) Περιγράψτε σύντομα, το φαινόμενο της διασποράς ανώτερης τάξης (β_3 διάφορο του 0).

(β) Εξηγείστε τη μορφή των παλμών που εμφανίζονται στο σχήμα 1.20 του βιβλίου, λόγω διασποράς τρίτης (και δεύτερης) τάξης.

Λύση 3:

(α) Η διασπορά ανώτερης τάξης χρειάζεται σε μερικές περιπτώσεις να συμπεριληφθεί στον υπολογισμό της διεύρυνσης του παλμού λόγω διασποράς, πχ όταν το μήκος κύματος του φέροντος είναι πολύ κοντά στο μήκος κύματος μηδενικής διασποράς λ_D, οπότε $\beta_2 \approx 0$ και ο όρος β_3 επικρατεί, ή όταν το εύρος του παλμού είναι πολύ μικρό, $T < 0.1$ ps ακόμα και αν $\beta_2 \neq 0$.

Η εξίσωση Schrödinger τότε, παραλείποντας τους όρους της απορρόφησης και της εξασθένισης, γράφεται:

$$i\frac{\vartheta U}{\vartheta z} = \frac{1}{2}\beta_2\frac{\vartheta^2 U}{\vartheta T^2} + \frac{i}{6}\beta_3\frac{\vartheta^3 U}{\vartheta T^3}$$

Λύση 3:

Με λύση της οποίας προκύπτει η φάση του παλμού σε συνάρτηση με την συχνότητα ω :

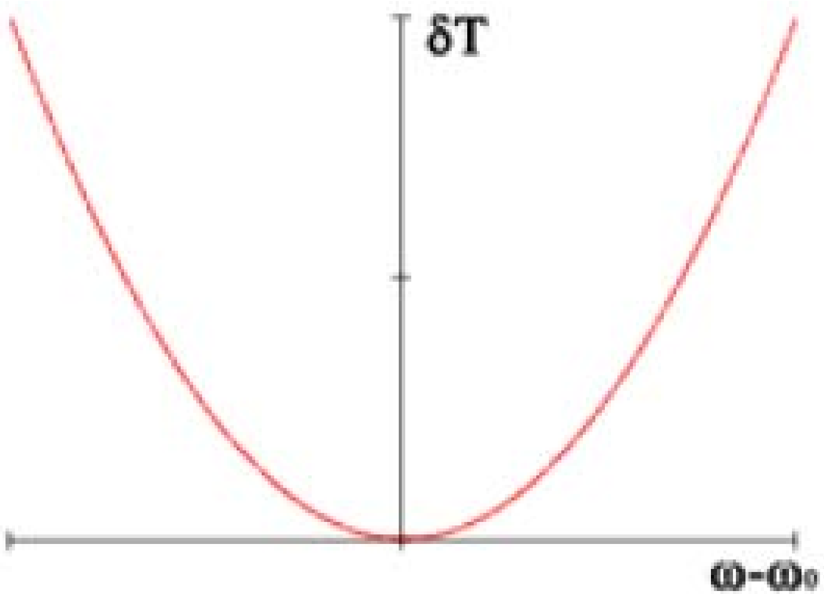
$$\phi = -\frac{1}{2}\beta_2(\omega-\omega_0)^2 - \frac{1}{6}\beta_3(\omega-\omega_0)^3$$

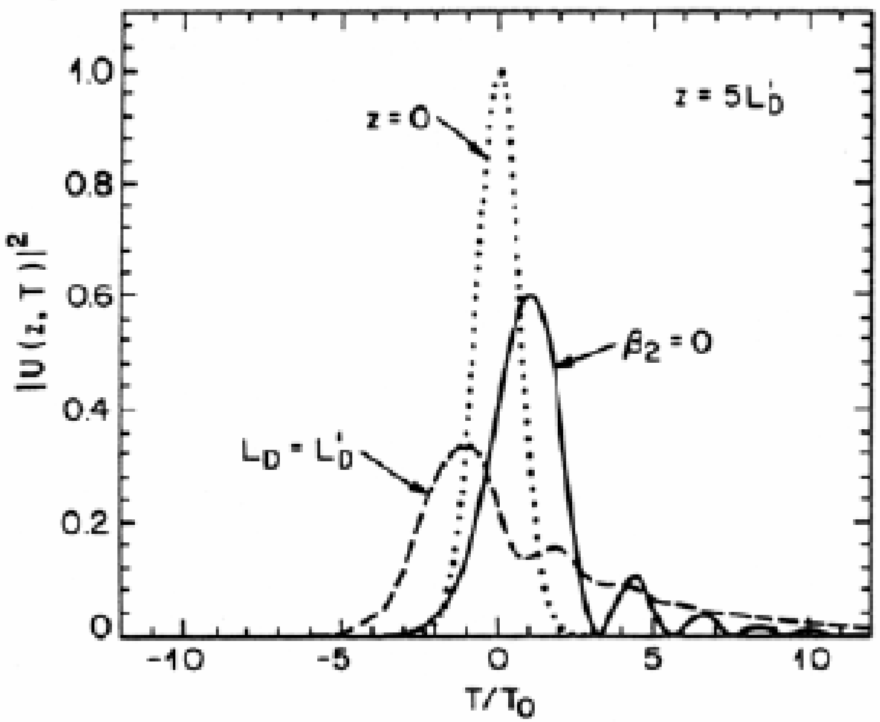
ενώ η χρονική καθυστέρηση που υφίστανται οι φασματικές συνιστώσες του παλμού σε σχέση με την ω_0 δίδεται από τον τύπο :

$$\delta T = -\frac{d\phi}{d\omega} = \beta_2(\omega-\omega_0)z + \frac{1}{2}\beta_3(\omega-\omega_0)^2 z$$

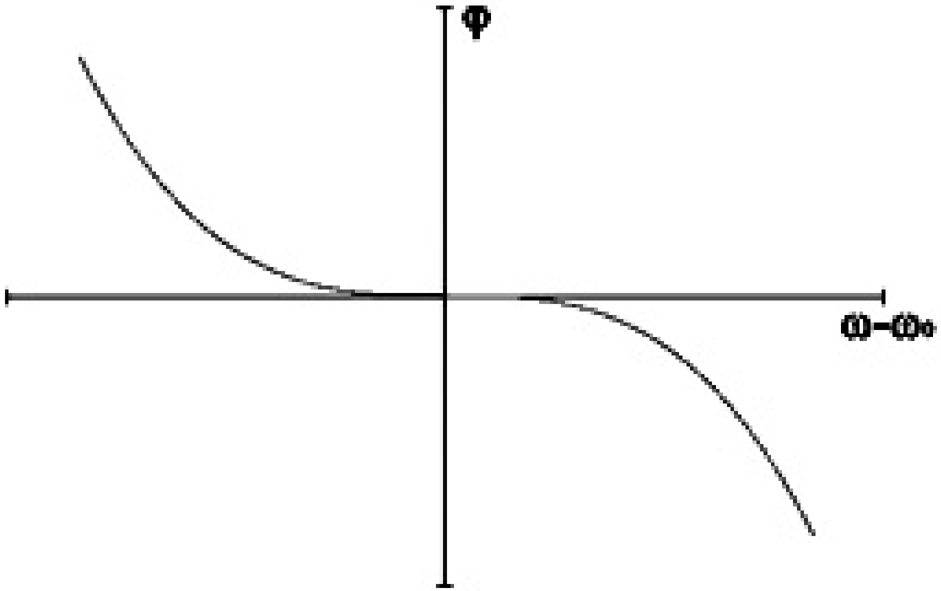
Λύση 3:

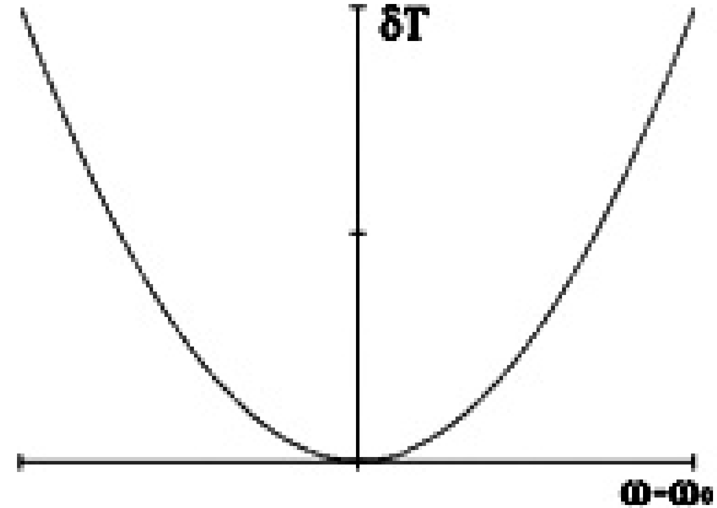
Παρατηρούμε ότι οι φασματικές συνιστώσες που ισαπέχουν από τη φέρουσα ω_0 υπόκεινται στην ίδια καθυστέρηση δT, με αποτέλεσμα να συμβάλλουν μεταξύ τους, αλλοιώνοντας το σχήμα του παλμού, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα και θα εξηγηθεί στη συνέχεια.





(β) Περίπτωση $\beta_2 = 0$ και $\beta_3 > 0$





- Φασματικές συνιστώσες που ισαπέχουν από την ω_0 έχουν φάσεις ίσες κατ'απόλυτη τιμή και αντίθετες ενώ υφίστανται την ίδια χρονική καθυστέρηση σε σχέση με τη φέρουσα.

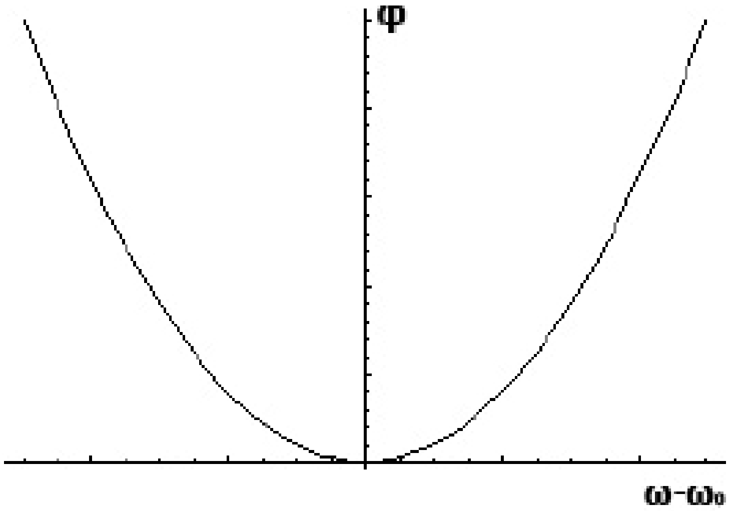
(β) Περίπτωση $\beta_2 = 0$ και $\beta_3 > 0$

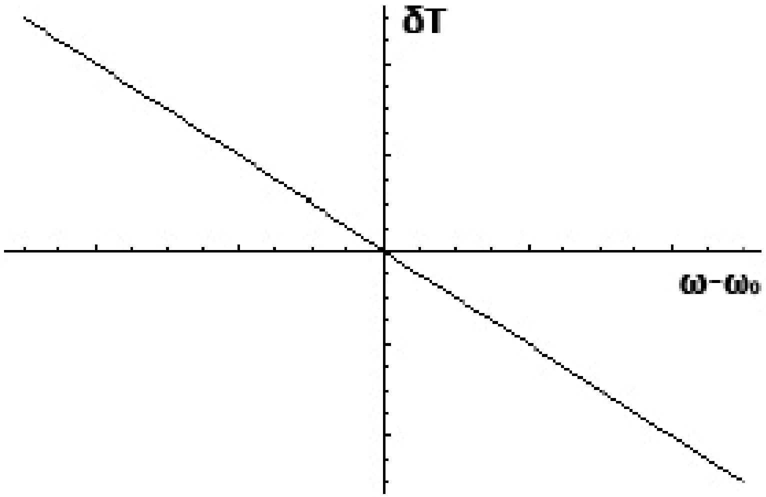
- Κάποια από αυτά τα ζεύγη των φασματικών συνιστωσών θα εμφανίζουν διαφορά φάσης δφ=π ενώ ταυτόχρονα θα υφίστανται την ίδια χρονική καθυστέρηση σε σχέση με τη φέρουσα και έτσι θα ταυτίζονται χρονικά (μηδενισμοί στο σχήμα 1.20).

- Κάποια άλλα ζεύγη φασματικών συνιστωσών θα εμφανίζουν την ίδια φάση, οπότε και θα συμβάλλουν θετικά (μέγιστα στο σχήμα 1.20).

- Όλες οι φασματικές συνιστώσες του παλμού έπονται της φέρουσας (ασυμμετρία του σχήματος 1.20-η ουρά βρίσκεται μόνο από την μια πλευρά)

(β) Περίπτωση $\beta_2 < 0$ και $\beta_3 = 0$

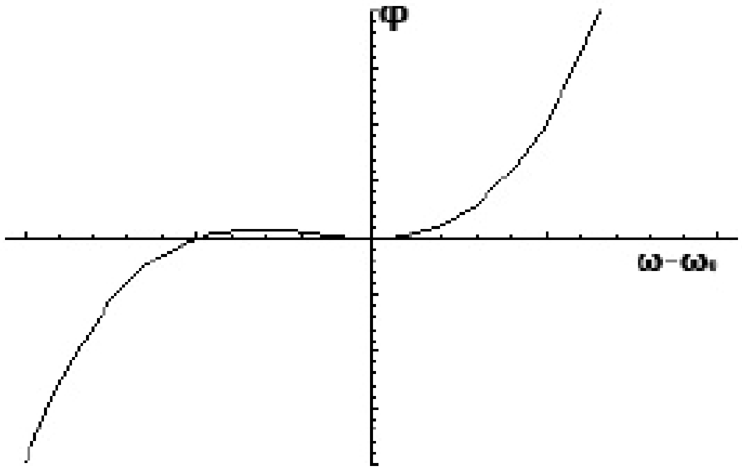


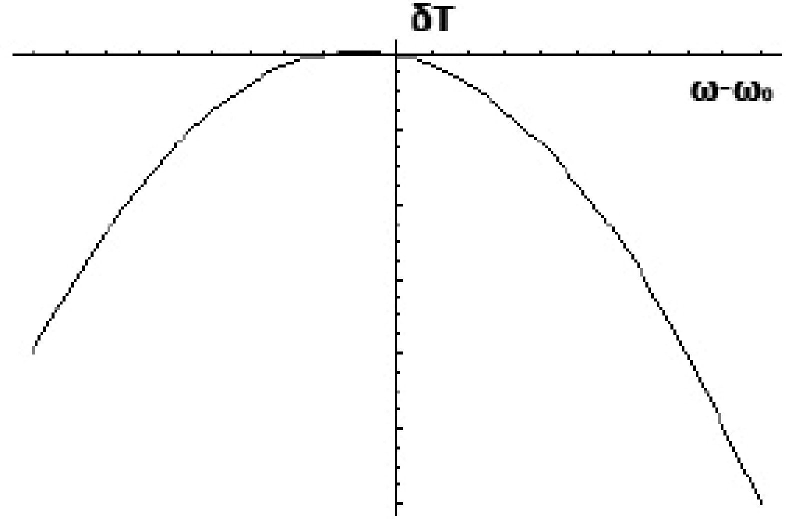


- Η περίπτωση αυτή ταυτίζεται με την περίπτωση της ανώμαλης διασποράς, όπου οι χαμηλότερες συχνότητες ταξιδεύουν πιο αργά από τις υψηλές ενώ τα φαινόμενα διασποράς ανώτερης τάξης θεωρούνται αμελητέα.

- **Αποτέλεσμα :** διαπλάτυνση του παλμού στο πεδίο του χρόνου.

(β) Περίπτωση β_2 < 0 και β_3 < 0





- Οι φασματικές συνιστώσες που ισαπέχουν από τη φέρουσα συχνότητα ω_0 έχουν φάσεις αντίθετες αλλά όχι ίσες κατ'απόλυτη τιμή.

- Οι συνιστώσες αυτές δεν συμπίπτουν στο πεδίο του χρόνου οπότε και δε θα συμβάλουν αναιρετικά (όχι μηδενισμοί-σχήμα 1.20 για L_D=L_D´).

Άσκηση 3 (συνέχεια)

(γ) Ας υποθέσουμε ότι μας ενδιαφέρει να χρησιμοποιήσουμε ίνα με β_2 = 0 ps^2/km (κατόπιν αντιστάθμισης της διασποράς δεύτερης τάξης) και β_3 = 0.1 ps^3/km σε μία ζεύξη και ας υποθέσουμε ότι η γραμμή θα πρέπει να μπορεί να μεταφέρει χωρητικότητα που να πλησιάζει τα 500 Gb/s ώστε να χρειάζονται παλμοί με εύρος 1 ps.

Υπολογίστε το μήκος μετά από το οποίο η διασπορά τρίτης τάξης θα δημιουργήσει πρόβλημα. Ποιος είναι ο προφανής τρόπος για να αυξηθεί το μήκος μετάδοσης, διατηρώντας τη δυνατότητα μετάδοσης των 500 Gb/s.

Λύση 3 (συνέχεια)

Το μήκος διασποράς ανώτερης τάξης δίνεται από τη σχέση 1.181 του βιβλίου :

$$L'_D = \frac{T_0^3}{|\beta_3|} \xrightarrow{T_0 = 1ps,\ \beta_3 = 0.1ps^3/km} L'_D = 10km$$

Για να μπορέσουμε να αυξήσουμε το μήκος της μετάδοσης χωρίς να δημιουργηθεί κάποιο πρόβλημα από φαινόμενα διασποράς τρίτης τάξης θα πρέπει :

- ☑ είτε να αυξήσουμε το χρονικό εύρος του παλμού
- ☑ είτε να μειώσουμε κατ'απόλυτη τιμή το β3, πράγμα που σημαίνει αντικατάσταση της υπάρχουσας ίνας.

Δεν έχουμε τη δυνατότητα να αντικαταστήσουμε την οπτική ίνα οπότε προτιμάμε να αυξήσουμε το Το.

Λύση 3 (συνέχεια)

$$T_{bit} = \frac{1}{500Gbps} = 2\,p\sec$$

Επιπλέον, το χρονικό εύρος ημίσειας ισχύος του παλμού είναι ίσο με

$$T_{FWHM} = 2(\ln 2)^{1/2}T_0 = 1{,}665\,p\sec$$

Συνεπάγεται, λοιπόν, πως το duty cycle του παλμού μας είναι ίσο με :

$$\frac{T_{FWHM}}{T_{bit}} = \frac{1{,}665\,p\sec}{2\,p\sec} = 0{,}83$$

Παράδειγμα :

Θα μπορούσαν να δημιουργηθούν 50 κανάλια με ρυθμό μετάδοσης στα 10Gbps το κάθε ένα :

$$T_{bit}' = \frac{1}{10Gbps} = 100\,p\sec$$

ενώ με δεδομένο το duty cycle του παλμού μας ίσο με 0,83 το χρονικό εύρος ημίσειας ισχύος του παλμού διαμορφώνεται :

$$T_{FWHM}' = duty \quad cycle * T_{bit}' = 0,83 * 100\,p\sec = 83,255\,p\sec$$

$$T_0' = \frac{T_{FWHM}'}{2(\ln 2)^{1/2}} = 50\,p\sec$$

$$L_D'' = \frac{T_0'^3}{|\beta_3|} \xrightarrow{T_0 = 50ps,\ \beta_3 = 0.1ps^3/km} L_D'' = 1.250.000km$$

PCRL

Λύση 3 (συνέχεια)

- Προκειμένου, όμως, να αυξήσουμε το χρονικό εύρος του παλμού διατηρώντας, όμως, ταυτόχρονα το duty cycle θα πρέπει να αυξήσω την περίοδο του bit T_{bit}, πράγμα το οποίο συνεπάγεται την μείωση του ρυθμού μετάδοσης.

- Ωστόσο, εμείς επιθυμούμε τη δυνατότητα μετάδοσης των 500Gbps

- Για το λόγο αυτό προτείνουμε τη δημιουργία περισσοτέρων καναλιών με ρυθμοδότηση μικρότερη της υπάρχουσας και πολυπλεξία διαίρεσης μήκους κύματος των καναλιών αυτών (πολυπλεξία WDM-Wavelength Division Multiplexing).

Άσκηση 4:

Υποθέστε ότι το μεταδιδόμενο σήμα στην αρχή της γραμμής μετάδοσης είναι σε μορφή παλμών Gauss, με περιβάλλουσα πεδίου:

$$E(0,T) = \exp\left(-T^2 / 2T_0^2 \right)$$

Υπολογίστε το συντελεστή τριλίσματος (chirp), C_1 μετά από μετάδοση σε απόσταση z, από:

$$C_1 = \left(\partial^2\phi / \partial T^2\right) T_0^2$$

χρησιμοποιώντας τη σχέση 1.167 των σημειώσεων. Αν υποθέσουμε ότι $\beta_2 = -5\ ps^2/km$, $z = 1\ km$, συμπληρώστε το παρακάτω πίνακα όπου T_1 το εύρος του παλμού στην έξοδο. Σχολιάστε τη διεύρυνση του παλμού

T_0	C_1	T_1
1 ps		
3 ps		
100 ps		

Λύση 4:

Σύμφωνα με τη σχέση 1.167 του βιβλίου η φάση του παλμού σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση :

$$\phi = -\frac{\operatorname{sgn}(\beta_2)(z/L_D)}{1+(z/L_D)^2}\frac{T^2}{T_0} + \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{z}{L_D}\right)$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ο συντελεστής τριλίσματος (chirp) C_1 σύμφωνα με τη σχέση :

$$C_1 = \frac{\partial^2\phi}{\partial T^2}T_0^{\ 2} = -\frac{2\operatorname{sgn}(\beta_2)(z/L_D)}{1+(z/L_D)^2}T_0$$

Λύση 4:

Επιπλέον, από τη σχέση 1.166 του βιβλίου προκύπτει το χρονικό εύρος του παλμού στην έξοδο :

$$T_1 = T_0\left[1+\left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right]^{1/2}$$

Επομένως, ο πίνακας που ζητείται μπορεί να συμπληρωθεί με η βοήθεια των παραπάνω σχέσεων. Παρακάτω παρουσιάζεται ο πίνακας αυτός συμπληρωμένος :

T_0	C_1	T_1
1 ps	*0,385*	*5,1psec*
3 ps	*2,547*	*3,432psec*
100 ps	*0,1*	*100psec*

Λύση 4:

Παρατηρήσεις: Από τις παραπάνω σχέσεις παρατηρούμε ότι για συγκεκριμένο μήκος ίνας ένας στενότερος αρχικά παλμός (μικρότερο T_0) θα διαπλατυνθεί περισσότερο εξαιτίας του μικρότερου μήκους διασποράς που του αντιστοιχεί. Στο παραπάνω παράδειγμα ο παλμός με αρχικό εύρος T_0 = 1 ps θα υποστεί διαπλάτυνση λόγω διασποράς της τάξεως των 4,1 ps, ενώ αντίθετα ο παλμός με αρχικό εύρος T_0 = 100 ps δεν θα διαπλατυνθεί.

Άσκηση 4 (συνέχεια)

Υπολογίστε το συντελεστή τριλίσματος (chirp), C_2 μετά από μετάδοση σε απόσταση z, από:

$$C_2 = \left(\partial^2\phi / \partial T^2 \right) T_0^2$$

χρησιμοποιώντας τη σχέση 1.200 των σημειώσεων. Υποθέστε ότι η μετάδοση έχει γίνει για απειροελάχιστο μήκος ίνας, ώστε η μεταβολή της φάσης λόγω αυτοδιαμόρφωσης να είναι πολύ μικρή και ότι ενδιαφέρεστε για την περιοχή του παλμού γύρω από τη κορυφή του ώστε (T / T_0) -> 0.

Λύση 4 (συνέχεια)

Σύμφωνα με τη σχέση 1.200 του βιβλίου η φάση του παλμού σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση :

$$\phi_{NL} = |U(0,T)|^2 \left(\frac{1 - \exp(-az)}{aL_{NL}} \right) = \exp\left(-\frac{T^2}{T_0^{\ 2}} \right) \left(\frac{1 - \exp(-az)}{aL_{NL}} \right)$$

Αν αναπτύξουμε τη συνάρτηση σε ανάπτυγμα Taylor σύμφωνα με τη σχέση :

$$\exp(-az) = 1 - az + \frac{a^2}{2} z^2 - \frac{a^3}{6} z^3 + \ldots$$

Λύση 4 (συνέχεια)

και αν θεωρήσουμε την υπόθεση ότι η μετάδοση έχει γίνει για απειροελάχιστο μήκος ίνας ώστε να θεωρήσουμε τους όρους $z^2, z^3, z^4, z^5, \ldots$ αμελητέους, τότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται ως εξής :

$$\phi_{NL} = |U(0,T)|^2 \left(\frac{1-\exp(-az)}{aL_{NL}} \right) = \exp\left(-\frac{T^2}{T_0{}^2}\right)\left(\frac{z}{L_{NL}}\right) \overset{L_{NL}=\frac{1}{\gamma P_0}}{=} \gamma P_0 \exp\left(-\frac{T^2}{T_0{}^2}\right) z$$

Λύση 4 (συνέχεια)

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ο συντελεστής τριλίσματος (chirp) C_2 :

$$C_2 = \frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} T_0^{\ 2} = 2\gamma P_0 z \exp\left(-\frac{T^2}{T_0^{\ 2}}\right)\left(\frac{2T^2}{T_0^{\ 2}} - 1\right)$$

Εφόσον, τώρα, ενδιαφερόμαστε για την περιοχή του παλμού γύρω από τη κορυφή του ώστε (T / T_0) -> 0, ο συντελεστής C_2 είναι :

$$C_2 = \lim_{\frac{T}{T_0} \to 0} \left[2\gamma P_0 z \exp\left(-\frac{T^2}{T_0^{\ 2}}\right)\left(\frac{2T^2}{T_0^{\ 2}} - 1\right) \right] = -2\gamma P_0 z$$

Άσκηση 4 (συνέχεια)

Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα από τις προηγούμενες ασκήσεις, βρείτε τη σχέση μεταξύ μέγιστης ισχύος P_0 και εύρους παλμού T_0 ώστε να υπάρχει εξισορρόπηση.

Λύση 4 (συνέχεια)

Για να αλληλοαναιρεθούν τα δύο φαινόμενα θα πρέπει το άθροισμα των συντελεστών *C*1 και *C*2 να είναι ίσο με το μηδέν. Συνεπώς θα πρέπει να ισχύει :

$$C_1 + C_2 = 0$$

και μετά από πολλές πράξεις καταλήγουμε στη σχέση :

$$-\frac{\operatorname{sgn}(\beta_2)|\beta_2|}{\mathrm{T}_0\left(1+\frac{z^2|\beta_2|^2}{\mathrm{T}_0{}^4}\right)} = \gamma P_0$$

Για να ισχύει η αλληλοαναίρεση των φαινόμενων, θα πρέπει καταρχάς η παραπάνω σχέση να ισχύει για z=0. Άρα τελικά προκύπτει :

$$-\frac{\beta_2}{\mathrm{T}_0} = \gamma P_0$$

Άσκηση 5

Αποφασίστε για τους πομπούς συστήματος μετάδοσης οπτικών ινών, μήκους 1000 km, που πρέπει να έχει δυνατότητα για χωρητικότητα μετάδοσης 10 Gbps (SDH/STM-64): Οι παράμετροι της ίνας που έχει εγκατασταθεί είναι: β_2= -20 ps^2/km (παράμετρος διασποράς), n_2= 2.6×10^{-20} m^2/W (μη-γραμμικός δείκτης διάθλασης), A_{eff}= 60 μm^2 (εμβαδόν οπτικής δέσμης στην ίνα) και το μήκος κύματος των πομπών είναι στη περιοχή των 1.5 μm. Μπορείτε να υποθέσετε ότι η απώλεια της ίνας αντισταθμίζεται περιοδικά με οπτικούς ενισχυτές. Μπορείτε επίσης να υποθέσετε ότι για μετάδοση χωρίς σφάλματα, η ενέργεια/bit που πρέπει να παρέχει ο πομπός είναι 50 fJ/bit, ανεξάρτητα του ρυθμού μετάδοσης.

Άσκηση 5

Υπολογίστε τις παραμέτρους (α) γ, (β) L_D, (γ) L_{NL}. (δ) Εξηγείστε κατά πόσο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας πομπός μετάδοσης σε κάθε τερματικό, με ρυθμό επανάληψης 10 Gbps. (ε) Σε περίπτωση που αυτό δεν είναι δυνατό, εξηγείστε τις επιλογές που έχετε είτε αναφορικά με τη ρυθμοδότηση των πομπών, είτε με επέμβαση στη γραμμή μετάδοσης της οπτικής ίνας αλλά χωρίς να υπάρχει η δυνατότητα για πλήρη αντικατάσταση της.

Λύση 5

Έχουμε $\lambda = 1.5\ \mu m$

$\beta_2 = -20\ ps^2/km$

$n_2 = 2.6\times10^{-20}\ m^2/W$

$A_{eff} = 60\ \mu m^2$

$E = 50\ fJ/bit$

α) Ο μη γραμμικός συντελεστής γ υπολογίζεται από τη σχέση 1.150 του βιβλίου:

$$\gamma = \frac{n_2\omega_0}{cA_{eff}} \qquad (1)$$

όπου $\omega_0 = \frac{2\cdot\pi\cdot c}{\lambda_0} = \frac{2\cdot\pi\cdot 3\cdot 10^8}{1.5\times10^{-6}} = 1256.6\times10^{12}\ Hz$

Αντικαθιστούμε στην 1: $\gamma = \frac{2.6\times10^{-20}\times1256.6\times10^{12}}{3\times10^8\times60\times10^{-12}} = 18.15\times10^{-4}\ m^{-1}W^{-1}$

Λύση 5

β), γ) Για τον υπολογισμό του μέγιστου μήκους της ζεύξης χωρίς αυτή να περιορίζεται από τη διασπορά L_D και του μέγιστου μήκους της ζεύξης χωρίς αυτή να περιορίζεται από τη μη-γραμμικότητα L_{NL} χρησιμοποιούμε τις σχέσεις:

$$\boxed{L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}} \quad (2) \qquad \boxed{L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}} \quad (3)$$

Το P_0 στη σχέση 3 προκύπτει από την απαίτηση για την ενέργεια/bit E:

$$\boxed{P_0 = \frac{E}{T_0}} \quad (4)$$

Με αντικατάσταση από την 4 :

$$\boxed{L_{NL} = \frac{T_0}{\gamma E}} \quad (5)$$

Λύση 5

Επίσης χρησιμοποιούμε τις σχέση :

$$\boxed{T_0 = \frac{1}{B}}$$ 6

όπου B ο ρυθμός μετάδοσης

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 2, 5 και 6 βρίσκουμε ότι:

$$L_D = 500\ km \qquad \text{και} \qquad L_{NL} = 1102\ km$$

(δ) Συμπέρασμα: Από τα αποτελέσματα των (β) και (γ) προκύπτει ότι για το μήκος L της ζεύξης που εξετάζουμε (L=1000 km) ισχύει $L<L_{NL}$, οπότε τα μη γραμμικά φαινόμενα **δεν επιδρούν** στη μετάδοση του παλμού. Αντίθετα ισχύει $L>L_D$, άρα η ζεύξη **περιορίζεται** από τη διασπορά. Έτσι δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ένας πομπός μετάδοσης σε κάθε τερματικό, με ρυθμό επανάληψης 10 Gbps.

Λύση 5

(ε) Δεδομένου ότι δεν υπάρχει η δυνατότητα για πλήρη αντικατάσταση της υπάρχουσας ίνας, διαφαίνονται δύο εναλλακτικές λύσεις ώστε να υλοποιηθεί το ζητούμενο σύστημα μετάδοσης οπτικών ινών:

1. Αντιστάθμιση της διασποράς (Dispersion Compensation). Στην υπάρχουσα ίνα προστίθεται ίνα με παράμετρο διασποράς β_2' αντίθετου προσήμου, με κατάλληλο μήκος L' ώστε $\beta_2 L = -\beta_2' L'$.

2. Μείωση του ρυθμού μετάδοσης. Από τον τύπο παρατηρούμε ότι για να αυξηθεί το L_D πρέπει να αυξηθεί το T_0 άρα πρέπει να μειώσουμε το ρυθμό μετάδοσης. Τότε η ζητούμενη χωρητικότητα 10 Gb/s μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας πολυπλεξία διαίρεσης μηκών κύματος (WDM), εκπέμποντας *n* μήκη κύματος σε χαμηλότερο ρυθμό B, έτσι ώστε

$$n \cdot B = 10\, Gb/s$$

Άσκηση 6

Θεωρείστε σύστημα μετάδοσης οπτικών ινών, απόστασης 60km. Το σύστημα χρησιμοποιεί standard μονορυθμική ίνα με συντελεστή απώλειας 0.4 dB/km, ρυθμό μετάδοσης στα 2.5 Gb/s και πομπό που λειτουργεί στα 1310 nm. Η ευαισθησία του δέκτη είναι -23 dBm για ρυθμό σφαλμάτων 10^{-12} στα 2.5 Gb/s. (α) Το σύστημα περιορίζεται από διασπορά ή απώλεια? εξηγείστε την απάντησή σας. (β) Ποιά πρέπει να είναι η ελάχιστη ισχύς του πομπού?

Λύση 6:

Το μήκος διασποράς της ζεύξης L_D για το οποίο η μετάδοση είναι εφικτή χωρίς να περιορίζεται από τη διασπορά υπολογίζεται βάσει της σχέσης:

$$\boxed{L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}}$$

Υποθέτουμε ότι οι πομποί εκπέμπουν παλμούς με εύρος ίσο με 1/(ρυθμό μετάδοσης), οπότε T_0=400psec. Το β_2 της σχέσης υπολογίζεται από το σχήμα 1.6 σελ. 22 του βιβλίου και είναι περίπου ίσο με -5 ps^2/km. Άρα :

$$L_D = \frac{400^2\ ps^2}{|-5\ ps^2/km|} = \boxed{32000\ km >> 60km}$$

οπότε το σύστημα δεν περιορίζεται από τη διασπορά

Λύση 6:

Για να μην υπάρχει περιορισμός λόγω απωλειών, θα πρέπει επιπλέον να ισχύει:

$$\boxed{P_S - aL > P_R}$$

όπου P_S η ισχύς του πομπού και P_R =-23 dBm η ευαισθησία του δέκτη.

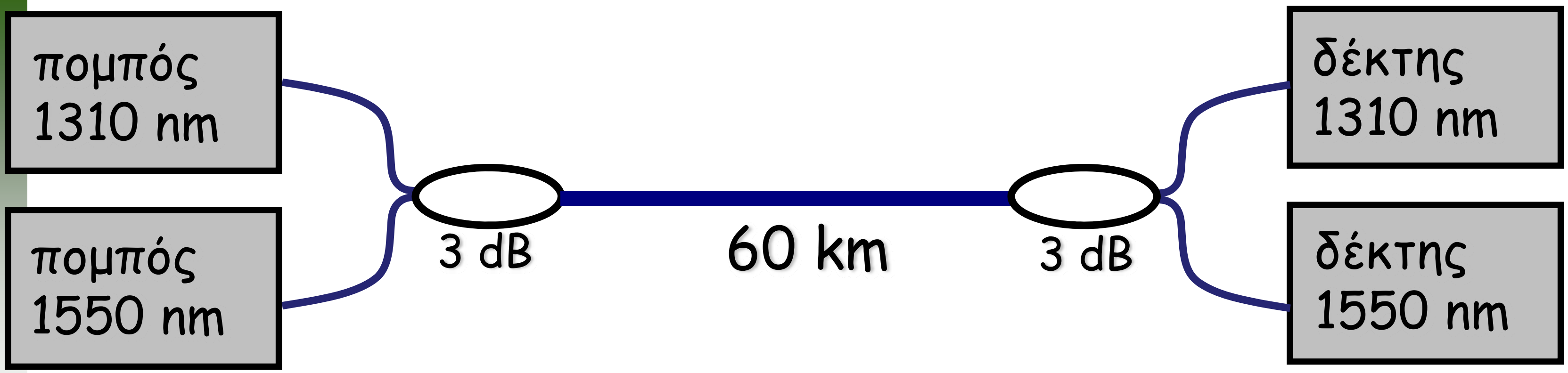
Άρα $\boxed{P_S > aL + P_R = 0{,}4 \cdot 60 - 23 = 1 \text{ dBm}}$

Άρα η ελάχιστη ισχύς του πομπού θα πρέπει να είναι 1 dBm.

Άσκηση 6 (συνέχεια)

Κρίνεται αναγκαία η αναβάθμιση του συστήματος λόγω κορεσμού της χωρητικότητάς του. Σαν οικονομικότερη λύση προκρίνεται η πρόσθεση συστήματος μετάδοσης στα 1550 nm στην ίδια οπτική ίνα υλοποιώντας έτσι σύστημα μετάδοσης WDM στα 1310/1550 nm. Για τη σύζευξη (και διαχωρισμό) των δύο μηκών κύματος χρησιμοποιούνται συζεύκτες 3 dB μετά τους πομπούς και πριν τους δέκτες. Ο πομπός των 1550 nm έχει εύρος φάσματος 0,1 nm και σε αυτό το μήκος κύματος ο συντελεστής απώλειας της ίνας είναι 0.2dB/km, ο συντελεστής διασποράς είναι D=17 ps/nm/km, και ο συντελεστής διασποράς τρόπων πόλωσης (PMD), είναι D_{PMD}=1ps/(km)^2. Να υποθέσετε ότι οι χρησιμοποιούμενοι δέκτες έχουν παρόμοια χαρακτηριστικά. (γ) Πως τροποποιείται η ισχύς του αρχικού σήματος στα 1310 nm?

Λύση 6 (συνέχεια)



Οι δύο συζεύκτες προσθέτουν στη ζεύξη μετάδοσης των 1310 nm 3 dB απώλεια έκαστος, δηλαδή 6 dB απώλεια συνολικά. Επομένως, για την ελάχιστη ισχύς του πομπού στα 1310 nm θα πρέπει να ισχύει :

1 dBm + 6 dB = 7 dBm

Με 7 dBm ισχύ στην έξοδο του πομπού των 1310 nm ***<u>το μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς το σύστημα να περιορίζεται από απώλεια είναι 60 km.</u>***

Άσκηση 6 (συνέχεια)

(δ) Υπολογίστε ποιό είναι το μέγιστο δυνατό μήκος ζεύξης όπως περιορίζεται λόγω διασποράς, απώλειας και διασποράς τρόπων πόλωσης.

Λύση 6 (συνέχεια)

Για τον υπολογισμό της διεύρυνσης του παλμού μετά από μήκος L μέσα στην ίνα θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$\boxed{\Delta T = L\beta_2\Delta\omega = LD\Delta\lambda}$$

Όμως, για ικανοποιητική ποιότητα στη μετάδοση, θα πρέπει να ισχύει :

$$\Delta T < 400 p\sec \Rightarrow D\cdot L\cdot\Delta\lambda < 400 p\sec \Rightarrow \boxed{L < 235 km}$$

Επομένως το μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς το σύστημα των 1550 nm να περιορίζεται από διασπορά είναι 235 km.

Λύση 6 (συνέχεια)

Η εξίσωση που δίνει τη διεύρυνση ενός παλμού λόγω PMD σε μήκος ίνας L είναι :

$$\boxed{\Delta T_{PMD} = D_{PMD} \cdot \sqrt{L}} \qquad 1$$

Όμως, για ικανοποιητική ποιότητα στη μετάδοση, θα πρέπει να ισχύει :

$$\Delta T_{PMD} < 400 \text{p sec} \Rightarrow D_{PMD} \cdot \sqrt{L} < 400 \text{p sec} \Rightarrow \boxed{L < 160000 \quad \text{km}}$$

Επομένως το μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς το σύστημα των 1550 nm να περιορίζεται από PMD είναι 160000 km.

Εφόσον η σχέση 1 δεν εξαρτάται από το μήκος κύματος μετάδοσης, **το μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς το σύστημα να περιορίζεται από PMD είναι 160000 km και για τα 1310 nm .**

Λύση 6 (συνέχεια)

Για να μην υπάρχει περιορισμός λόγω απωλειών, θα πρέπει επιπλέον να ισχύει:

$$\boxed{P_S - \alpha' L' - \textit{συνολική απώλεια συζευκτών} > P_R}$$

όπου P_S =7 dBm η ισχύς του πομπού και P_R =-23 dBm η ευαισθησία του δέκτη.

Άρα $$L' < \frac{7\,\mathrm{dBm} - 6\,\mathrm{dB} + 23\,\mathrm{dBm}}{0.2\,\mathrm{dB/km}} \Rightarrow \boxed{L < 120\,\mathrm{km}}$$

Άρα το μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς το σύστημα των 1550 nm να περιορίζεται από απώλεια είναι 120 km.

Λύση 6 (συνέχεια)

Από τα παραπάνω προκύπτει για τα δύο συστήματα μετάδοσης (1310 nm και 1550 nm) ο παρακάτω πίνακας :

	1310 nm	**1550 nm**
Μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς το σύστημα να περιορίζεται από απώλεια	60 km	120 km
Μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς το σύστημα να περιορίζεται από διασπορά	32000 km	235 km
Μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς το σύστημα να περιορίζεται από διασπορά τρόπων πόλωσης (PMD)	160000 km	160000 km

Άσκηση 6 (συνέχεια)

(ε) Μπορεί να γίνει μετάδοση στα 10 Gb/s? Εξηγείστε την απάντησή σας.

Λύση 6 (συνέχεια)

Για μετάδοση στα 10 Gb/s τα μέγιστα μήκη της ζεύξης για τα δύο συστήματα μετάδοσης χωρίς τα συστήματα αυτά να περιορίζονται από απώλεια θα παραμείνουν ως έχει. Αντίθετα το μέγιστο μήκος της ζεύξης χωρίς τα συστήματα να περιορίζονται από PMD θα περιοριστεί σε:

$$\Delta T_{PMD} < 100 p\sec \Rightarrow D_{PMD} \cdot \sqrt{L} < 100 p\sec \Rightarrow \boxed{L < 10000 \quad km}$$

Λύση 6 (συνέχεια)

Για τα μέγιστα μήκη των ζεύξεων χωρίς τα συστήματα να περιορίζονται από διασπορά ισχύει :

1310 nm :

$$\boxed{L_D = \frac{100^2\ ps^2}{\left|-5\ ps^2/km\right|} = 2000\ km}$$

1550 nm :

$$\Delta T < 100p\sec \Rightarrow D \cdot L \cdot \Delta\lambda < 100p\sec \Rightarrow$$

$$\boxed{L < 59km}$$

Άρα στην περίπτωση της μετάδοσης στα 10 Gb/s το σύστημα των 1550 nm περιορίζεται από διασπορά.

PCRL

Άσκηση 6 (συνέχεια)

(στ) Τι ισχύς χρειάζεται στα 2.5 Gb/s και 10 Gb/s (αν η μετάδοση είναι εφικτή) για μετάδοση χωρίς σφάλματα.

Λύση 6 (συνέχεια)

- Για το σύστημα των 1310 nm η ελάχιστη ισχύς του πομπού για μετάδοση χωρίς σφάλματα δεν επηρεάζεται από το ρυθμό μετάδοσης και όπως υπολογίστηκε στο ερώτημα (γ) αυτή θα είναι ίση με 7 dBm.

- Για το σύστημα των 1550 nm **και** για την περίπτωση της μετάδοσης στα 2.5 Gb/s **και** για την περίπτωση στα 10 Gb/s θα πρέπει να ισχύει :

$$P_S - \alpha \acute{} L - \text{συνολική απώλεια συζευκτών} > P_R \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{P_S > 0{,}2 \cdot 60 + 6\ \text{dB} - 23 = -5\ \text{dBm}}$$

Άρα η ελάχιστη ισχύς του πομπού θα πρέπει να είναι -5 dBm.